

## Getransformeerde grafiek

### 9 maximumscore 3

- $AP = \ln(p^2 + 1) - 1$  en  $BP = 1 - \ln\left(\frac{e^2}{p^2 + 1}\right)$  1
- $BP = 1 - (\ln(e^2) - \ln(p^2 + 1))$  1
- $BP = 1 - 2 + \ln(p^2 + 1) = \ln(p^2 + 1) - 1 (= AP)$  1

of

- De y-coördinaat van het midden van lijnstuk  $AB$  is  $\frac{f(p) + g(p)}{2}$  1
- $\frac{f(p) + g(p)}{2} = \frac{\ln(p^2 + 1) + \ln\left(\frac{e^2}{p^2 + 1}\right)}{2} = \frac{\ln(p^2 + 1) + 2 - \ln(p^2 + 1)}{2}$   
(of  $\frac{\ln(e^2)}{2}$ ) 1
- $\frac{f(p) + g(p)}{2} = \frac{2}{2} = 1$ , dus het midden van lijnstuk  $AB$  is  $P$ , dus  $AP = BP$  1

### 10 maximumscore 5

- (Vanwege de symmetrie in de lijn met vergelijking  $y = 1$  geldt) de inhoud is gelijk aan  $2 \cdot \pi \int_0^1 x^2 dy$ , met  $y = \ln(x^2 + 1)$  2
- $y = \ln(x^2 + 1)$  herleiden tot  $x^2 = e^y - 1$  1
- Een primitieve van  $e^y - 1$  is  $e^y - y$  1
- De inhoud is  $2\pi(e - 2)$  1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

11 maximumscore 8

- Een vergelijking van de verschoven grafiek is  $y = \ln\left((x-2)^2 + 1\right)$  1
- Voor de  $x$ -coördinaat van het snijpunt geldt  $x^2 + 1 = (x-2)^2 + 1$  1
- Hieruit volgt  $x = 1$  1
- $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$  1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van  $f$  in het snijpunt is  $f'(1) = 1$  1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de verschoven grafiek is  $f'(-1) = -1$  (of  $\frac{2(1-2)}{(1-2)^2 + 1} = -1$ ) 2
- Het product van de richtingscoëfficiënten is  $-1$ , dus de grafieken snijden elkaar loodrecht 1

of

- Een vergelijking van de verschoven grafiek is  $y = \ln\left((x-2)^2 + 1\right)$  1
- Voor de  $x$ -coördinaat van het snijpunt geldt  $x^2 + 1 = (x-2)^2 + 1$  1
- Hieruit volgt  $x = 1$  1
- $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$  1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van  $f$  in het snijpunt is  $f'(1) = 1$  1
- De afgeleide die hoort bij de verschoven grafiek is  $\frac{dy}{dx} = \frac{2(x-2)}{(x-2)^2 + 1}$  (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
- De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de verschoven grafiek is  $\left(\frac{2(1-2)}{(1-2)^2 + 1}\right) = -1$  1
- Het product van de richtingscoëfficiënten is  $-1$ , dus de grafieken snijden elkaar loodrecht 1

of

Vraag	Antwoord	Scores
	• $f(-x) = \ln((-x)^2 + 1) = f(x)$ (voor elke waarde van $x$ )	2
	• Uit de verschuiving (en de symmetrie) volgt $x = 1$	1
	• $f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$	1
	• De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van $f$ in het snijpunt is $f'(1) = 1$	1
	• De richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de verschoven grafiek is $f'(-1) = -1$ (of $\frac{2(1-2)}{(1-2)^2 + 1} = -1$ )	2
	• Het product van de richtingscoëfficiënten is $-1$ , dus de grafieken snijden elkaar loodrecht	1